استدلال:

استدلال: استدلال یعنی دلیل آوردن بر پایه بدیهیات و استفاده از دانسته های قبلی،برای معلوم کردن موضوعی که از پیش مشخص نبوده است.

اثبات: به استدلالی که موضوع موردنظر را به درستی نتیجه برهد،اثبات می گوییم.

مثال نقض: درستی یک نتیجه گیری کلی با استدلال استنتاجی اثبات می شود،اما اگر بخواهیم نادرستی آن را نشان دهیم،کافی است در صورت امکان یک مثال نقض برای آن ارائه کنیم.

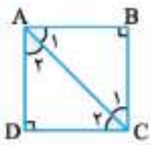
اجزای مسئله: در ریاضیات هر مسئله دو قسمت دارد:

۱: اطلاعات داده شده،که به آنها فرض یا داده ی مسئله ی می گویند.

۲: خواسته ی مسئله،که به آن حکم مسئله می گویند.

۳: براساس فرض داده شده و به کمک استدلال،حکم خواسته شده را ثابت کنیم.اولین گام برای اثبات،تشخیص فرض و حکم مسئله است.

مثال آموزشی: ثابت کنید قطرهای مربع نیمساز زاویه های ی آن است؟



پاسخ: در مربع $ABCD$ ،قطر AC را در نظر بگیرید:

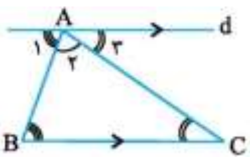
فرض: مربع است $ABCD \Rightarrow AB = BC = CD = DA \qquad \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$

حکم: نیمساز است $AC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad , \quad \hat{C}_1 = \hat{C}_2$

دو مثلث و به حالت سه ضلع همنهشت هستند. $(AD = AB, CD = BC, AC = AC)$ **بنابراین زوایای متناظر با هم برابرند،پس:**

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad , \quad \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \Rightarrow \text{نیمساز است } AC$$

مثال آموزشی: ثابت کنید مجموع زاویه های داخلی مثلث 180°است؟



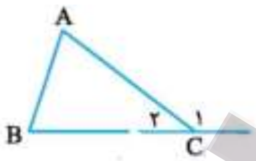
پاسخ: **مثلث دلخواه ABC را در نظر می گیریم.مانند شکل مقابل از راس A خط d را موازی BC رسم می کنیم.**

$$d \parallel BC \quad , \quad \text{مورب } AB \quad \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_1$$

$$d \parallel BC \quad , \quad \text{مورب } AC \quad \Rightarrow \hat{C} = \hat{A}_3$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}_2 + \hat{A}_1 + \hat{A}_3 = 180^\circ$$

مثال آموزشی: ثابت کنید در هر مثلث،اندازه ی زاویه ی خارجی با مجموع اندازه های دو زاویه ی داخلی غیرمجاور با آن برابر است؟



پاسخ: **فرض:** ABC مثلث است. **حکم:** $\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B}$ مثلث است.

توجه: **در هر مثلث مجموع زاویه های داخلی برابر 180°است.**

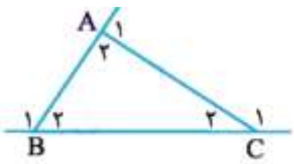
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_2 = 180^\circ \qquad (1)$$

$\hat{C}_1$ و $\hat{C}_2$ تشکیل یک زاویه ی نیم صفحه می دهند $\Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \qquad (2)$

$$(1),(2) \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \cancel{\hat{C}_2} = \hat{C}_1 + \cancel{\hat{C}_2} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B}$$

مثال آموزشی: ثابت کنید مجموع زاویه های خارجی هر مثلث 360°است؟

پاسخ: **با توجه به شکل،داریم:**



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \qquad \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \qquad \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ$$

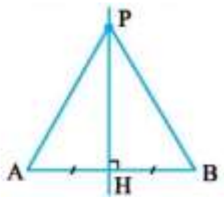
$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 3(180^\circ)$$

مجموع زاویه های داخلی مثلث 180°است.

$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \underbrace{(\hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2)}_{180^\circ} = 540^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 360^\circ$$

مثال آموزشی: ثابت کنید هر نقطه مانند P روی عمودمنصف پاره خط AB از نقاط A و B به یک فاصله است؟

پاسخ: نقطه ی دلخواه P را روی عمودمنصف AB در نظر می گیریم و آن را به A و B وصل می کنیم.دو مثلث قائم الزاویه APH و BPH را به حالت(ض ز ض)در نظر می گیریم:



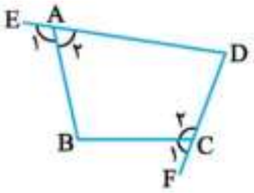
$$\left.\begin{array}{l} AH = BH \\ PH = PH \\ \hat{H} = 90^\circ \end{array}\right\} \rightarrow B\hat{P}H \simeq A\hat{P}H$$

اجزای متناظر: $PA = PB$

بنابراین فاصله ی نقطه ی P که روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد،از دو سر پاره خط AB یکسان است.

مثال آموزشی: با توجه به شکل مقابل درستی رابطه ی $E\hat{A}B + B\hat{C}F = \hat{B} + \hat{D}$ را نشان دهید.

پاسخ:



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \ (1) \qquad \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \ (2)$$

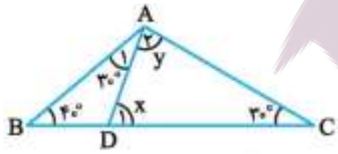
$$\xrightarrow{1+2} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 360^\circ \ (3)$$

ازطرفی می دانیم که مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی برابر 360° است،پس:

$$\hat{A}_2 + \hat{C}_2 + \hat{B} + \hat{D} = 360^\circ \ (4)$$

$$1,2 \Rightarrow \hat{A}_1 + \cancel{\hat{A}_2} + \hat{C}_1 + \cancel{\hat{C}_2} = \cancel{\hat{A}_2} + \cancel{\hat{C}_2} + \hat{B} + \hat{D} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{C}_1 = \hat{B} + \hat{D}$$

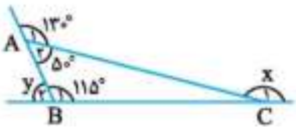
مثال آموزشی: در هر یک از شکل های زیر،مقادیر x و y را به دست آورید؟



(زاویه خارجی مثلث) $\hat{D}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B} \Rightarrow x = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$

$$A\hat{D}C = \hat{A}_2 + \hat{D}_1 + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow y + x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\rightarrow y + 100^\circ = 180^\circ \Rightarrow y = 80^\circ$$



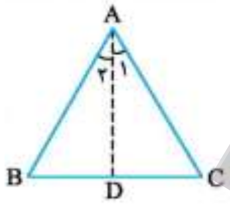
$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \Rightarrow 115^\circ + y = 180^\circ \Rightarrow y = 65^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

(زاویه خارجی مثلث ABC) $\hat{C}_1 = \hat{B}_1 + \hat{A}_2 \Rightarrow x = 115^\circ + 50^\circ = 165^\circ$

مثال آموزشی: ثابت کنید در مثلث متساوی الساقین،زاویه های روبه رو به دو ساق با هم برابرند؟

پاسخ: در مثلث متساوی الساقین ABC ، $AB = AC$ ،نیمساز راس A را رسم می کنیم:



حکم: $\hat{B} = \hat{C}$ فرض: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad AB = AC$

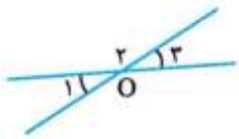
دو مثلث ABD و ACD به حالت(ض ز ض)همنهشت هستند.

$$\left.\begin{array}{l} AB = AC \\ AD = AD \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array}\right\} \rightarrow A\hat{C}D \cong A\hat{B}D$$

اجزای متناظر: $\hat{B} = \hat{C}$

مثال آموزشی: نشان دهید زاویه های متقابل به راس با هم برابر هستند؟

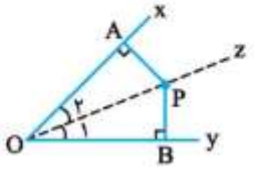
پاسخ: فرض کنیم $\hat{O}_1$ و $\hat{O}_3$ مانند شکل مقابل متقابل به راس باشند،داریم:



$$\left.\begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ \\ \hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180^\circ \end{array}\right. \Rightarrow \hat{O}_1 + \cancel{\hat{O}_2} = \cancel{\hat{O}_2} + \hat{O}_3 \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

مثال آموزشی: ثابت کنید هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه قرار دارد از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است؟

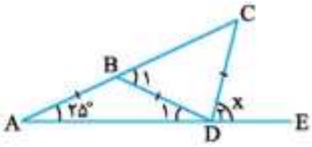
پاسخ: زاویه دلخواه $x\hat{O}y$ و نیمساز آن Oz را در نظر می گیریم.از نقطه ی p دلخواه روی نیمساز، PA و PB را به ترتیب عمود بر Ox و Oy رسم می کنیم.



فرض: $\hat{O}_۱=\hat{O}_۲$ **حکم:** $PA=PB$

در دو مثلث قائم الزاویه OPA و OBP و $\hat{O}_۱=\hat{O}_۲$ و OP وتر در دو مثلث مشترک است،پس دو مثلث قائم الزاویه به حالت وتر و یک زاویه تند با هم همنهشت اند و در نتیجه اجزای متناظر آنها برابر است،پس، $PA=PB$

مثال آموزشی: در شکل مقابل،مقدار x را به دست آورید؟ $(CD=BD=AB)$



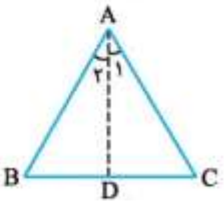
پاسخ: $A\hat{B}D \Rightarrow \hat{D}_۱=\hat{A}=۲۵^\circ$ متساوی الساقین است.

$\hat{B}_۱=\hat{A}+\hat{D}_۱=۲۵^\circ+۲۵^\circ=۵۰^\circ$ (زاویه خارجی مثلث ABD است.)

$\hat{D}_۲=\hat{A}+\hat{C}\xrightarrow{\hat{C}=۵۰^\circ}۲۵^\circ+۵۰^\circ=۷۵^\circ$ (زاویه خارجی مثلث ADC است.) $D\hat{B}C \Rightarrow \hat{C}=\hat{B}_۱=۵۰^\circ$ متساوی الساقین است.

مثال آموزشی: ثابت کنید در مثلث متساوی الساقین نیمساز وارد بر قاعده،میانه هم هست؟

پاسخ: AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ است.و به حالت ض ز ض دو مثلث ABD و ACD همنهشت است.



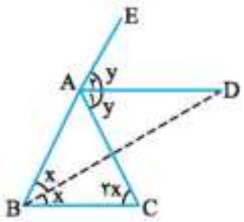
فرض: $AB=AC, \hat{B}=\hat{C}, \hat{A}_۱=\hat{A}_۲$ **حکم:** $BD=DC$ (AD میانه است.)

$$\left.\begin{array}{l} AB=AC \\ AD=AD \\ \hat{A}_۱=\hat{A}_۲ \end{array}\right\} \rightarrow A\hat{C}D \cong A\hat{B}D$$

اجزای متناظر: $BD=DC$

مثال آموزشی: در مثلث متساوی الساقین ABC، $(AB=AC)$،نیمساز خارجی زاویه A و نیمساز داخلی زاویه B در نقطه ی D همدیگر را قطع می کنند.ثابت کنید مثلث ADB متساوی الساقین است؟

پاسخ: با توجه به شکل مقابل،داریم:



$C\hat{A}E \Rightarrow ۲y=\hat{B}+\hat{C}=۴x \Rightarrow y=۲x \Rightarrow \hat{A}_۱=\hat{C} \Rightarrow AD \parallel BC$ زاویه خارجی مثلث ABC است.

$AD \parallel BC$ مورب $BD \Rightarrow \hat{D}=D\hat{B}C=x=A\hat{B}D \Rightarrow AD=AB$

بنابراین مثلث ADB متساوی الساقین است.